四庫全書

子部

欽定四庫全書

子部

九章錄要卷六

詳校官欽天監天文生臣賈德輔

靈臺郎臣倪廷梅覆勘

總校官知縣臣楊懋珩

校對官主事臣郭長發

謄録監生臣黄熙純

欽定四庫全書

九章録要卷六

松江屠文漪撰

少廣法

古九章四曰少廣以御積冪方員

開平方法 平方開除先列實視實有幾位凡實之大數從千起者四位從萬起者五位蓋實尾雖止於十而無以下小數亦存一虛位止於百而無以下小數亦存兩虛位一定不可易也即知須幾開而盡凡經再開者開得平方大數從十起三開者百

四開者千或實尾一開虛擬而未經開者即開得數終於十而無以下小數也率實兩位而一開逆從實尾向左數之尾在右也至實首則一位亦一開也其開之法有三曰方曰廉曰隅方法亦謂之商意中商量而定之也隅即次商三商而又自有隅法初開視實首位以起方法實首一位開者一位之實多不過九取三及以下數自乘而兩位開者兩位之實少不下十一取三及以上數自乘所取以自乘之數初商也列實首之左亦有不列於左而即借實首位列之者說詳於後自乘所得數用以減實是為初開餘實須再開則用廉法廉

法者倍前方法以之除實得次商相隨列初商之右

即以次商為隅法自乘得數用減實訖於廉法下一位減之觀後

假例自明是為再開自三開以後俱倣此

或問廉隅之義曰初開已成平方形矣再開欲增廣其前方則不必四邊俱加而但於兩邊各加一廉其長如前方之數廉有二故倍之也此未及廉之廣以除實得次商次商乃廉之廣數而所加二廉其長各如前方之數則二廉相會之一角猶缺一小平方其四邊皆與廉之廣等故又以次商為隅法而自乘以足之也

假如實一萬五千一百二十九列甲乙丙丁戊五位

此須三度開而實首只甲一位開也甲數一則取一為初商列甲之左而以一自乘仍得一即於甲位去一此初開也再開倍前方一得二前方是一百倍之為二百而此且勿論也但謂之一謂之二可耳為廉法以二除乙之五乙丙兩位為再開之位而廉法當於乙位除隅法當於丙位除也則於乙減四存一於甲空位列二為次商而以隅二自乘得四於丙位減之則去乙之一加丙一為七此再開也三開倍前方一十二得二十四前方一下復有二則且謂之一十二矣不計其為一百二十也雖更多亦然為廉

法先以二除丙之七丁戊兩位為三開之位則廉法當於丁位除而廉法有二十四即二當於丙位除四乃於丁位除也則於丙減六存一於乙空位列三為三商次以四與三相乘得一十二於丙丁兩位減之廉之四當於丁位除而與商乘得一十二即一又當於丙位除矣隅法亦然則並去丙之一丁之二又以隅三自乘得九於戊位減之適盡得方一百二十三

又如實四十五萬九千六百八十四列甲乙丙丁戊已六位此亦須三度開而實首乃甲乙兩位開也甲

乙數四十五甲四乙五并而計之則曰四十五而不必問其為四十五萬也且取六為初商列甲之左而以六自乘得三十六於甲乙兩位減之則去甲之四加乙五為九此初開也再開倍六得一十二為亷法先以一除乙之九則於乙減七存二於甲空位列七為次商不用八者以八開之則實不足也次以二與七相乘得一十四於乙丙兩位減之則減乙二為一丙九為五又以隅七自乘得四十九於丙丁兩位減之則去丙之五加丁六為七此再開也三開倍

六十七得一百三十四為廉法先以一除乙之一戊己兩位為三開之位則廉法之一當於丙位除而乙位當列三商矣令乙位有實則亦以除丙之法除之益乙丙同同除猶實首之兩位并開也除同而所以除不同假使乙位空而丙位有一則以廉一除丙當去丙之一而列一於乙為三商令以除乙之一則為見一無除改作九而下添一也三商在乙位自不可易耳則改乙一為九加丙空為一而其下實不足除即又減乙九為八為三商而加丙一為二乙之一丙之十也試列十於丙而以廉一除之與此同則除乙猶之除丙耳次以三與八相乘得二十四於丙丁兩位減之則去丙之二減丁七為三次以四

與八相乘得三十二於丁戊兩位減之則去丁之三

減戊八為六又以隅八自乘得六十四於戊已兩位

減之適盡得方六百七十八

又如實六百七十六列甲乙丙三位此只須兩度開

而實首係甲一位開也甲數六且取二為初商列甲

左而以二自乘得四即於甲減四存二此初開也再

開倍二得四為廉法以四除甲之二則改甲二為五

又以四除乙之七則於乙減四存三於甲加一為六

為次商此甲乙同除如前第二例第三開之乙丙同除也前例只是以廉一除丙之十此例只是以廉四除乙之二十七合觀二例其義益明乃以隅六自乘得三十六減

乙丙實並盡得方二十六

開方得數審空位例　假如實六十五萬四千四百八十一列甲乙丙丁戊己六位此須三度開而實首係甲乙兩位開也甲乙數六十五且取八為初商列甲左而以八自乘得六十四於甲乙兩位減之則去甲之六減乙五為一此初開也再開倍八得一十六為

廉法先以一除乙之一而其下實不足除知再開值空位矣丙丁為再開之位則廉之六當於丙位除一當於乙位除而除得次商當在甲位令若去乙之一而列一於甲為次商即丙位無六可除此當為見一無除改作九而下添一然則商乃在乙位而甲位空矣可知無次商宜便接三開也三開倍八十得一百六十前方八下有空位則謂之八十也若更有空位亦遞進之為廉法仍先以一除乙之一戊已為三開之位則廉法當於戊位除而廉法有一百六十即六當於丁位除一當於丙位除令乙位有實又須以除丙之法除之益除乙猶之除丙其說已詳前二例矣三商自當在乙位也則改乙一為九為三商而加丙四為五次以六與九相乘得

五十四於丙丁兩位減之則並去丙之五丁之四又以隅九自乘得八十一於戊已兩位減之適盡得方八百零九

開方初商列位法　凡初商列於實首位之左者為多而不盡然也須知實首兩位開而初商數不滿五者必當借實首甲位列之何也實首甲一位開則乙丙為次開之位而乙屬廉丙屬隅也廉法於乙位除即除得次商當在甲位而初商不得不列甲之左矣實

首兩位開則丙丁為次開之位而丙屬廉丁屬隅也廉法於丙位除而初商係五倍之為十過十進位乃當於乙位除即除得次商亦當在甲位而初商不得不列甲之左矣五以上更不必言若實首既以兩位開而初商係四倍之為八只當於丙位除然則除得次商當在乙位而初商當列甲位又何疑乎四以下更不必言且如實二千四百零一列甲乙丙丁四位當取四為初商而減甲乙實一十六則先去甲之二加乙四為八乃

以初商四列甲位再開倍四得八為廉法以除乙之八則改乙八為九為次商加丙空為八而以隅九自乘得八十一減丙丁實並盡得方四十九倘以初商四列甲左竟似四百零九其誤甚矣蓋開得商數中間應有空位與否信手布算即自然而見本不煩擬議也但審定初商位置則無空者不致誤而成空而以後俱任其自然之數可耳

又按右例若以初商列甲左次以廉八除乙之八或

去乙之八列一於甲為次商而以隅一自乘減丁之一亦盡乃得方四十一豈非誤之尤甚者乎葢丙丁為次開之位而廉法止有八則當於丙位除除得次商當在乙位雖乙位有實而以除丙之法除乙然次商畢竟仍在乙位斷無進到甲位之理不辨於此且致大誤故詳論之而初商若便列在甲位亦自無此弊矣

開方餘實命分法　開方餘實僅及所開方數一倍以

下則命分命分者倍方加一數以命之倍方者廉法加一數者隅法假如實五十五開得方七而餘實六即倍七又加一數得一十五以為母而以六為子命之曰一十五分之六并整為七零一十五分之六也

開方求零分密法　開方餘實欲除令盡即所得方數必帶零分而若以所命之分為方數試以自乘見積頗朒於原實則法猶疎也且如實二十開得方四而餘實四依命分法為九之四并整為四又九之四乃

化整俱為零曰九之四十毋子各自乘以見方積母得八十一此原實一之方積也蓋一實而縱横俱分為九則其中應有方積八十一矣子得一千六百此總方積也以母積除子積歸整得實一十九又八十一之六十一則朒於原實八十一之二十當更有法以開之其法倍九之四十倍之為廉法也為九之八十以除朒八十一之二十得七百二十之二十約為三十六之一與前方九之四十相并得三百二十四之一千四百四十九約為三十六之一百六十一以

母除子歸整得方四又三十六之一十七仍化整俱為零母子各自乘以見方積母得一千二百九十六子得二萬五千九百二十一以母積除子積歸整得實二十又一千二百九十六之一雖盈於原實一千二百九十六之一然比之朒於原實八十一之二十則其法已密矣

又法如實二十開得方四而餘實四但倍方為分母不復加隅而以餘實為子曰八之四約為二之一并

整為四又二之一乃化整俱為零曰二之九母子各自乘以見方積母得四子得八十一以母積除子積歸整得實二十又四之一則盈於原實四之一亦更有法以開之其法倍二之九為一之九本欲倍其子而半其母則子自倍矣不須更用約法以除盈四之一得三十六之一與前方二之九相減此與前法正同而盈朒并減有辨蓋前方朒於原實則以廉法除所朒之數而與之相并前方盈於原實則以廉法除所盈之數而與之相減也得七十二之三百二十二約為三十六之一百六十一以下各數並與

前法同按二法所得數其歸正同蓋偶同耳他處則往往小異也

右二法開方自乘得積並盈於原實一千二百九十六之一必欲除盡依法再開之以四又三十六之一十七復化為三十六之一百六十一倍之為一十八之一百六十一以除盈一千二百九十六之一得一萬一千五百九十二之一與前方三十六之一百六十一相減得四十一萬七千三百一十二之一百八十六萬六千二百七十六約為一萬一千五百九十

二之五萬一千八百四十一以毋除子歸整得方四又一萬一千五百九十二之五千四百七十三仍化整俱為零毋子各自乘以見方積毋得一億三千四百三十七萬四千四百六十四子得二十六億八千七百四十八萬九千二百八十一以毋積除子積歸整得實二十又一億三千四百三十七萬四千四百六十四之一此則盈於原實為數甚微矣欲除盡依法再開

又法開方不盡實則增開數以求之凡增一開者化實之一為百而開得方數當十而一增二開者化實之一為萬而開得方數當百而一假如實二十四化為二千四百開之得四十九是為一十之四十九以母除子歸整得方四又一十之九仍化整俱為零自乘以見方積得一百之二千四百零一以母積除子積歸整得實二十四又一百之一乃盈於原實一百之一也或增二開三開者倣此

零分開方法　原實係整數而開之帶零分者前法已詳矣若原實先係零分而欲開方者法以母自開得數為母子自開得數為子其大端也如實九之四開得方三之二是已更有開得數復成零分乃須分別算之如實九之二十母開得三子開得四又九之四化為九之四十此只依命分之數聊示其法耳未及密率也此當用整除零分法以三乘九為母以四十為子得方二十七之四十也如實二十之九母開得九之四十子開得三

此當用零分除整法以四十為毋以九乘三為子得方四十之二十七也又如實七之二十毋開得二又五之三化為五之一十三子開得九之四十此當用零分除零分法以一十三乘九為毋以五乘四十為子得方一百一十七之二百也葢原實之毋本法也原實之子則實也故右三例用法分別如此前零分篇中於開方法未詳茲乃盡其變云

長方以積與長廣較求長廣　法以四乘積并較實開

方得長廣和和較相并半之得長相減半之得廣

長方以積與長廣和求長廣　法以四乘積減和實開方得長廣較　按四乘積者以四長方兩縱兩橫列四隅合為大平方則四邊各兼長廣之數而中央不滿者正較自乘之小平方故知和實中有四積一較實也二法亦見句股章彼以八乘積者句股之積半長方積也　右二法可該下文縱方七法而七法更不可不講者葢變化無窮之用出焉固非右二法所能及矣具詳於左

帶縱并方廉開平方法　長方以積與較求廣者其長之積多於廣當加法以帶除其長積名帶縱并方廉開平方依常列實定開位以較為帶縱初開稍朒其商以帶縱并之為方法常法以方與商為一此以方與商為二乃以乘商減實再開倍前商亦以帶縱并之為廉法以除實得次商其隅法如常

假如長方積八百六十四列甲乙丙三位其長廣較一十二求廣者初商得二列甲左而以縱并商得三

十二須知初商之二是二十故并縱得三十二也凡商與縱并者以十隨十以百隨百并之相減亦然為方法乃以方法乘商以三乘二得六此處只作二與三且勿論其為二十與三十可也於甲位減之依常法商二自乘當於甲位減令與方法三相乘亦同也則減甲八為二次以二乘二得四於乙位減之六於甲位減則四當於乙位減故初開而減及次開之廉位也則減乙六為二此初開也再開倍前商二得四并縱得五十二倍商是四十也倍商不倍縱為廉法先以五除甲之二倍商之四當於乙位除因帶縱首之一而成五亦同除得次商當在甲位令甲位有實故以除乙之法除甲而次商仍在甲位非因五十而進一位

也此五只作五若倍商四縱首六并成一十乃當進一位耳則改甲二為四為次商次以二乘四得八於丙位減之五於乙位除則二當於丙位除故廉法而減及隅位也則減乙二為一加丙四為六又以隅四自乘得一十六減乙丙兩位實盡得廣二十四并較得長三十六

又如實二十三萬零四百列甲乙丙丁戊己六位戊己為虛位帶縱七百二十初商得二若商三則并縱首之七為一十又與商乘得三十而實首只二十三不足除故用二列甲左不列甲位者帶縱故也而以縱并

商得九百二十為方法乃以方法乘商以九乘二得一十八於甲乙兩位減之則去甲之二加乙三為五次以二乘二得四於丙位減之則減乙五為四加丙空為六此初開也再開倍前商二得四并縱得一千一百二十為廉法先以一除乙之四倍商之四當於丙位除因并縱首之七而成一十一則此一當進而於乙位除除則得次商當在甲位矣初商不列甲位正為此也去乙之四於甲空位列四為次商次以一乘四得四於丙位減之則減丙六為二次以二乘四得八於丁

位減之則減丙二為一加丁四為六又以隅四自乘得一十六減丙丁實並盡得廣二百四十并較得長九百六十

又如實一萬九千四百四十列甲乙丙丁戊五位帶縱七十二初商得一列甲左而以縱并商得一百七十二為方法乃以方法乘商以一乘一仍得一於甲位減之則去甲之一次七仍得七於乙位減之則減乙九為二次二仍得二於丙位減之則減丙四為二此初開也再開倍前商一得二并縱得二百七十二

為廉法先以二除乙之二而其下實不足除知再開值空位矣倍商之二當於乙位除除得次商當在甲位令若去乙之二而列一於甲為次商即丙丁兩位無七與二可除當為見二無除改作九而下添二然則商乃在乙位矣既退一位知是三商非次商也三開倍前商一十得二十此一與二皆百也謂之十者依常法并縱得二百七十二為廉法仍先以二除乙之二倍商之二十當於丙位除乙位有實故以除丙之法除乙也則改乙二為九加丙二為四而其下實又不足除即又減乙九為八為三商而加丙四為六次以七乘八得五十六於丙丁兩位減

之則去丙之六加丁四為八次以二乘八得一十六於丁戊兩位減之則減丁八為六加戊空為四又以隅八自乘得六十四減丁戊實並盡得廣一百零八

并較得長一百八十

又如實一萬六千一百二十八列甲乙丙丁戊五位帶縱七十二此當減一開而實首取三位并開之若初商一則并縱得一百七十二而乙丙兩位無七與二可除也　初商得九此當借列實首甲位

而以縱并商得一百六十二為方法乃以方法乘商

以一乘九得九於乙位減之初商之九當於丙位減因并縱首之七而成一十六則此一當進而於乙位減則去甲之一加乙六為七次以六乘九得五十四於乙丙兩位減之則減乙七為一加丙一為七次以二乘九得一十八於丙丁兩位減之則減丙七為五加丁二為四此初開也再開倍前商九得一十八并縱得二百五十二為廉法先以二除乙之一倍商之一十八當於丙丁兩位減并縱首七而成二十五其位亦同令乙位有實故以除丙之法除乙也則改乙一為五又以二除丙之五則於丙減二

存三於乙加一為六為次商次以五乘六得三十於丙位減之則去丙之三次以二乘六得一十二於丁戊兩位減之則減丁四為三戊八為六又以隅六自乘得三十六減丁戊實並盡得廣九十六并較得長一百六十八

又如實一十六萬六千四百六十四列甲乙丙丁戊己六位帶縱一千零八十八初商得一初商是百而縱乃至千故只可用一列甲左而以縱并商得一千一百八十八為方

法乃以方法乘商以一乘一仍得一於甲位減之（方一百之一當於乙位減此是縱首一千之一故進一位）則去甲之一次一仍得一於乙位減之則減乙六為五次八仍得八於丙位減之則減乙五為四加丙六為八次八仍得八於丁位減之則減丙八為七加丁四為六此初開也再開倍前商一得二并縱得一千二百八十八為廉法先以一除乙之四（倍商之二當於丙位減此是縱首之一故進一位也下三開倣此）則於乙減三存一於甲空位列三為次商次以三乘三得

六於丙位減之則減丙七為一次以八乘三得二十四於丙丁兩位減之則去乙之一加丙一為九減丁六為二次以八乘三得二十四於丁戊兩位減之則去丁之二減戊六為二又以隅三自乘得九於丁位減之則減丙九為八加丁空為一此再開也三開倍前商一十三得二十六并縱得一千三百四十八為廉法先以一除丙之八則於丙減六存二於乙空位列六為三商次以三乘六得一十八於丙丁兩位減

之則去丙之二加丁一為三次以四乘六得二十四於丁戊兩位減之則去丁之三加戊二為八次以八乘六得四十八於戊己兩位減之則減戊八為三加己四為六又以隅六自乘得三十六減戊己實並盡得廣一百三十六并較得長一千二百二十四

帶縱減積開平方法　長方積較求廣或於實內減長積以就其方名帶縱減積開平方列實定位以較為帶縱初開亦稍朒其商先以帶縱乘商減實乃以商

自乘減實再開倍前商為廉法約計當得次商若干亦先以帶縱乘商減實乃以廉法除實合次商其隅法如常

假如長方積八百六十四列甲乙丙三位較一十二初商得二列甲左而先以縱乘商以一乘二得二於甲位減之此縱之一商之二皆十也依常法商二自乘於甲位減令以縱一乘商二亦同益凡十與十百與百相乘皆於本位減必相乘又得十乃進一位若商係十而乘縱之百則當進一位商係百而乘縱之十則當退一位次商三商其理不殊各以所商應除之位為本位而進退之也負縱益積做此

則減甲八為六次以二乘二得四於乙位減之則減乙六為二乃以商二自乘得四於甲位減之則又減甲六為二此初開也再開倍前商二得四為廉法約計次商當得四約計減積之餘尚有商廉相乘及隅自乘之數也亦先以縱乘商以一乘四得四於乙位減之次商即再開之隅隅本位在丙然隅四只是四數而所與乘之縱一則是一十故進一位也若以比初開所除之位則為退一位至三開即比再開又退一位矣則減甲二為一加乙二為八次以二乘四得八於丙位減之則減乙八為七加丙四為六乃以

廉四除甲之一則改甲一為二加乙七為九又以四除乙之九則於乙減八存一於甲加二為四為次商又以隅四自乘得一十六減乙丙實並盡得廣二十四

又如實一萬九千四百四十列甲乙丙丁戊五位帶縱七十二初商得一列甲左而先以縱乘商以七乘一仍得七於乙位減之則減乙九為二次二仍得二於丙位減之則減丙四為二乃以商一自乘得一於

甲位減之則去甲之一此初開也再開倍前商一得二為廉法約計次商不足除知再開值空位（乙位實二試擬一為次商而以縱首之七相乘當比初開退一位於丙位減之則丙實只有二必減及於乙而廉已不足除未暇論其他矣故知再開值空位也）三開倍前商一十得二十為廉法約計三商當得八亦先以縱乘商以七乘八得五十六於丙丁兩位減之則減乙二為一加丙二為六丁四為八次以二乘八得一十六於丁戊兩位減之則減丁八為六加戊空為四乃以廉二除乙之一則

改乙一為五又以二除丙之六則去丙之六於乙加三為八為三商又以隅八自乘得六十四減丁戊實並盡得廣一百零八　按積較求廣雖有二法只如一法耳前法并縱於方廉以除實此法分縱與方廉先後減實異而不異也分作兩度減固不如并作一度除之便然必備識諸法而後可以盡其變化之用不容廢云

負縱減方廉開平方法　長方以積與較求長者其廣

之積少於長當損其法之長名負縱減方廉開平方列實定開位以較為負縱初開稍盈其商以負縱減之為方法乃以乘商減實再開倍前商亦以負縱減之為廉法以除實得次商其隅法如常　假如長方積八百六十四列甲乙丙三位較一十二求長者初商得三列甲左而以負縱減商得一十八為方法乃以方法乘商以一乘三得三於甲位減之則減甲八為五次以八乘三得二十四於甲乙兩位減之則減

甲五為三乙六為二此初開也再開倍前商三得六減負縱得四十八為廉法先以四除甲之三則改甲三為七於乙加二為四而其下實不足除即又於甲減一存六為次商而於乙加四為八次以八乘六得四十八於乙丙兩位減之則減乙八為三加丙四為六又以隅六自乘得三十六減乙丙實並盡得長三十六減二十四較得廣

又如實一萬九千四百四十列甲乙丙丁戊五位負

縱七十二初商得一列甲左而以負縱減商得二十八為方法乃以方法乘商以二乘一仍得二於乙位減之商係百而乘方之十故退一位也則減乙九為七次八仍得八於丙位減之則減乙七為六加丙四為六此初開也再開倍前商一得二減負縱得一百二十八為廉法先以一除甲之一則改甲一為九於乙加一為七而其下實不足除即又於甲減一存八為次商而於乙加一為八次以二乘八得一十六於乙丙兩位減之

則減乙八為七去丙之六次以八乘八得六十四於丙丁兩位減之則減乙七為六加丙空為四去丁之四又以隅八自乘得六十四減乙丙實並盡得長一百八十一減較得廣一百零八

負縱益積開平方法　長方積較求長或益積以補廣而就其方名負縱益積開平方列實定位以較為負縱初開亦稍盈其商先以負縱乘商益實乃以商自乘減實再開倍前商為廉法約計當得次商若干亦

先以負縱乘商益實乃以廉法除實合次商其隅法如常

假如長方積八百六十四列甲乙丙三位較一十二初商得三此當列甲左第二位因有益積故也初開畢不妨從甲左第二位移入甲左凡縱方諸例其商位每不可拘善算者自了然於心手之間耳而先以負縱乘商以一乘三得三於甲位加之則於甲左空位列一而減甲八為一次以二乘三得六於乙位加之則加甲一為二減乙六為二乃以商三自乘得九於甲位減之則

去甲左之一加甲二為三此初開也再開倍前商三得六為廉法約計次商當得六亦先以負縱乘商以一乘六得六於乙位加之則加乙二為八次以二乘六得一十二於乙丙兩位加之則加乙八為九丙四為六乃以廉六除甲之三則改甲三為五又以六除乙之九則於乙減六存三於甲加一為六為次商又以隅六自乘得三十六減乙丙實並盡得長三十六

又如實一十六萬六千四百六十四列甲乙丙丁戊

已六位負縱一千零八十八此當增一開負縱至千而依實位初商只是百數無是理也初商得一列甲左第二位而先以負縱乘商以一乘一仍得一於甲左空位加之甲左空位是商千應除之本位也商千乘縱千當於本位加則列一於甲左次八仍得八於乙位加之則加甲一為二減乙六為四次八仍得八於丙位加之則加乙四為五減丙六為四乃以商一自乘得一於甲左空位減之則去甲左之一此初開也再開倍前商一得二為廉法約計次商當得二亦

先以負縱乘商以一乘二得二於甲位加之則加甲二為四次以八乘二得一十六於乙丙兩位加之則加乙五為七去丙之四次以八乘二得一十六於丙丁兩位加之則加丙空為二去丁之四乃以廉二除甲之四則去甲之四於甲左空位列二為次商又以隅二自乘得四於乙位減之則減乙七為三此再開也三開倍前商一十二得二十四為廉法約計三商當得二亦先以負縱乘商以一乘二得二於乙位加

之則加乙三為五次以八乘二得一十六於丙丁兩位加之則加丙二為三丁空為六次以八乘二得一十六於丁戊兩位加之則加丁六為八減戊六為二乃以廉二除乙之五則於乙減四存一於甲空位列二為三商次以四乘二得八於丙位減之則去乙之一加丙三為五又以隅二自乘得四於丁位減之則減丁八為四此三開也四開倍前商一百二十二得二百四十四為廉法約計四商當得四亦先以負縱

乘商以一乘四得四於丙位加之則加丙五為九次以八乘四得三十二於丁戊兩位加之則加丁四為七戊二為四次以八乘四得三十二於戊已兩位加之則加戊四為七已四為六乃以廉二除丙之九則於丙減八存一於乙空位列四為四商次以四乘四得一十六於丙丁兩位減之則去丙之一減丁七為一次以四乘四得一十六於丁戊兩位減之則去丁之一減戊七為一又以隅四自乘得一十六減戊已

實並盡得長一千二百二十四　按積較求長二法不同論負縱以并方廉為便而使負縱多初商少乃宜用益積也別擬取捷之術凡負縱減商而商不足則以所負商數為負方亦可稱餘負縱也以負方乘商益積即初開畢矣自再開以後減廉固無礙耳

帶縱負隅益積開平方法　長方以積與和求廣者用和為帶縱此與用較為帶縱又別用較為帶縱者以縱并方廉而乘商減實用和為帶縱者直以縱乘商減實耳然且患縱多積少而須益積及減縱二法矣則已兼長廣而積有

長廣相乘無廣自乘故置負隅法以益積而以帶縱開之名帶縱負隅益積開平方列實定開位以和為帶縱別置一算為負隅初開稍朒其商以乘負隅為一負隅則可不必置算亦不必乘而必言置算言乘者此法施之他處即負隅或不止於一也觀後各例自見為方法先以方法乘商益實乃以帶縱乘商減實再開倍前商以乘負隅為廉法約計當得次商若干以乘負隅為隅法先以廉法乘商益實又以隅法乘商隅乘商云者因有負隅之乘故又分隅與商為二也然負隅若止於一則直云商自乘或隅自乘亦

可耳益實乃以帶縱除實合次商

假如長方積八百六十四列甲乙丙三位其長廣和六十求廣者初商得二（此當列甲左第二位）而以乘負隅仍得二為方法先以方二乘商二得四於甲位加之則於甲左空位列一而減甲八為二乃以縱六乘商二得一十二於甲左及甲兩位減之則去甲左之一甲之二此初開也再開倍前商二得四以乘負隅仍得四為廉法約計次商當得四以乘負隅仍得四為隅法

先以廉四乘商四得一十六於甲乙兩位加之則加甲空為二減乙六為二又以隅四乘商四得一十六於乙丙兩位加之則加乙二為四去丙之四乃以縱六除甲之二以縱除與以廉除其位同此縱之六與廉之四皆十也以十隨十當於廉本位乙位除之除得次商當在甲位令甲位有實則甲乙同除除也　至此宜將初商仍移入甲左矣則改甲二為三於乙加二為六又以六除乙之六則去乙之六於甲加一為四為次商得廣二十四

帶縱負隅減縱開平方法　長方積和求廣或減負隅

於縱而以餘縱開之名帶縱負隅減縱開平方列實定位以和為帶縱别置一算為負隅初開亦稍朒其商以乘負隅為方法以方法減縱乃以餘縱乘商減實再開倍前商以乘負隅為廉法約計當得次商若干以乘負隅為隅法以廉法減縱又以隅法減縱乃以餘縱除實合次商

假如長方積八百六十四列甲乙丙三位和六十初商得二列甲左而以乘負隅仍得二為方法以方法

減縱餘四十乃以縱四乘商二得八於甲位減之則去甲之八此初開也再開倍前商二得四以乘負隅仍得四為廉法約計次商當得四以乘負隅仍得四為隅法以廉法減縱餘二十又以隅法減縱餘一十六乃以縱一除乙之六則於乙減四存二於甲空位列四為次商次以六乘四得二十四減乙丙實並盡得廣二十四

又如實一十六萬六千四百六十四列甲乙丙丁戊

己六位帶縱一千三百六十初商得一列甲左而以乘負隅仍得一爲方法以方法減縱餘一千二百六十乃以縱乘商以一乘一仍得一於甲位減之則去甲之一次二仍得二於乙位減之則減乙六爲四次六仍得六於丙位減之則去丙之六此初開也再開倍前商一得二以乘負隅仍得二爲廉法約計次商當得三以乘負隅仍得三爲隅法以廉法減縱餘一千一百六十又以隅法減縱餘一千一百三十乃以

縱一除乙之四則於乙減三存一於甲空位列三為次商次以一乘三得三於丙位減之則去乙之一加丙空為七次以三乘三得九於丁位減之則減丙七為六加丁四為五此再開也三開倍前商一十三得二十六以乘負隅仍得二十六為廉法約計三商當得六以乘負隅仍得六為隅法以廉法減縱餘一千一百又以隅法減縱餘一千零九十四乃以縱一除丙之六則去丙之六於乙空位列六為三商次以九

乘六得五十四於丁戊兩位減之則去丁之五減戊六為二又以四乘六得二十四減戊巳實並盡得廣一百三十六　按積和求廣二法以減縱法為優葢初開以後欲約得續商之數比益積為差易但先以廉減縱而以餘縱求之如第一例餘實六十四且作四與十六相乘之數而餘縱二十折之亦得四與十六兩數即四為次商為隅法以再減餘縱得一十六而以縱除實正得次商矣如第二例直以廉減餘之

縱約餘實得次商三商雖得商後須再以隅減縱而縱多商少隅減之餘與廉減之餘當不至大相懸也然此特謂積和求廣之本法止以一為負隅者若施之他處負隅不止於一則因續商有負隅之乘理當小異不得僅如右二說且開除往往遇負積更須參用下文翻法耳

帶縱負隅減縱翻法開平方法　長方以積與和求長者積有長廣相乘無長自乘法當損廣以益長故以

和為帶縱別置一算為負隅初開稍盈其商以乘負隅為方法以方法減縱以餘縱乘商減積而積常不足則翻以所負積數為積再開倍前商以乘負隅為廉法以廉法減縱而縱又常不足亦翻以所負縱數為縱既隅積縱三者俱負乃以負縱除負積得次商又以次商乘負隅為隅法以乘商減負積名帶縱負隅減縱翻法開平方

假如長方積三千四百五十六列甲乙丙丁四位和

一百二十求長者初商得七此雖列甲左而除得次商乃在乙位則又當借列甲位也而以乘負隅仍得七為方法以方法減縱餘五十乃以縱五乘商七得三十五於甲乙兩位減之而積不足四十四則去甲之三乙之四丙之五丁之六而列四於丙列四於丁為負積此初開也再開倍前商七得一十四以乘負隅仍得一十四為廉法以廉法減縱而縱不足二十即以負縱二除丙之四則去丙之四於乙空位列二為次商又以次商乘負隅仍

得二為隅法以乘商二得四減丁位負積適盡得長七十二

又如實一十六萬六千四百六十四列甲乙丙丁戊己六位帶縱一千三百六十此當增一開初商得一（若初商九百或八百商愈少則負積且愈多故知當為一千也）列甲左第二位而以乘負隅仍得一為方法以方法減縱餘三百六十乃以縱乘商以三乘一仍得三於甲位減之（商千之位在甲左商千乘縱百則退一位故當於甲位減）以六乘一仍得六於乙位減之而

積不足一十九萬三千五百三十六則去甲之一乙之六丙之六丁之四戊之六己之四而列一於甲列九於乙列三於丙列五於丁列三於戊列六於己為負積此初開也再開倍前商一得二以乘負隅仍得二為廉法以廉法減縱而縱不足六百四十即以負縱六除甲之一倍商之二是千也依常法當於甲位除除得次商當在甲左此負縱之六是百也則當於乙位除而甲位有負積故甲乙同除除得次商乃在甲位蓋非次商應列之位特因負縱數朒故耳則於乙加四為十三又以六除乙之十三則於

乙減六存七於甲加一為二為次商此當於再開畢後移列甲左益三開則負縱亦盈至千次以四乘二得八於丙位減與帶法倍商數等矣之則減乙七為六加丙三為五又以次商乘負隅仍得二為隅法以乘商二得四於乙位減之則減乙六為二此再開也三開倍前商一十二得二十四以乘負隅仍得二十四為廉法以廉法減縱而縱不足一千零四十即以負縱一除乙之二則去乙之二於甲空位列二為三商次以四乘二得八於丁位減之則

減丙五為四加丁五為七又以三商乘負隅仍得二為隅法以乘商二得四於丁位減之則減丁七為三此三開也四開倍前商一百二十二得二百四十四以乘負隅仍得二百四十四為廉法以廉法減縱而縱不足一千零八十即以負縱一除丙之四則去丙之四於乙空位列四為四商次以八乘四得三十二於丁戊兩位減之則去丁之三減戊三為一又以四商乘負隅仍得四為隅法以乘商四得一十六減戊

已負積並盡得長一千二百二十四　按積和求廣初開後必有餘積若遇負積即初商是長非廣也此亦指一為負隅者而言求長則初開常負積其大凡也若求長用益積法則初開所負之積不妨於再開所益積内減之再開所負於三開所益減但欲約決商患其茫然無緒可尋故只做減縱法益減縱則縱常不足因即以負縱除負積而得商此翻法所以為良也其間更有變例不可不知者別詳於左

一求長而初開後乃有餘積此其初商必與求廣相同者也既有餘積則以廉減縱亦必有餘縱（若積餘縱負乃是商數過盈非所求之長當改商就朒）且如實一萬九千四百四十和二百八十八初商得一百（求廣求長同）而餘積六百四十再開以廉減縱餘八十八約餘積為八與八十相乘之數而餘縱析之亦得八與八十兩數此若求廣即再開為空位以八為三商以再減餘縱得八十而以除積正得三商為廣一百零八若求長即以八十為

次商以再減餘縱得八而以除積正得次商為長一百八十益只用減縱法而廣長皆得可不須翻法也又如實二萬零九百四十四和二百九十初商得一百而餘積一千九百四十四再開以廉減縱餘九十約餘積一千九百其下小數且置不算也為四十與五十相乘之數則朒為三十與六十相乘之數則盈而餘縱析之亦得四十與五十兩數及三十與六十兩數此若求廣則取盈數宜有餘積也以三十為次商廣不合有一百六十故不

用六以再減餘縱得六十而以除積一千八百得次商仍餘積一百四十四三開以廉減縱餘三十約餘積為六與二十四相乘之數而餘縱析之亦得六與二十四兩數即以六為三商以再減餘縱得二十四而以除積正得三商為廣一百三十六若求長則取朒數宜員積也以五十為次商長不合止一百四十故不用四以再減餘縱得四十而以除積二千合次商積員五十六三開以廉減縱縱員一十以員縱除員積四十得四為三商

而以隅四自乘得一十六減負積盡為長一百五十四益始終用減縱法以得廣始於減縱終於翻法以得長非可執一云

右一條及下四條所舉假例皆以一為負隅故例中不言負隅之乘取省文便覽也又自此以下凡積縱商廉諸數百則曰百千則曰千而不復著甲乙之位非前後互異正取參觀以相發明耳

一負積當以負縱除而以廉減縱適盡者約負積得次商以乘負隅為隅法以乘商減負積既無負縱則獨用隅法減負積也或以負隅除負積以常法平方開之亦可

如實八百六十四初商三

十而負積三十六再開以廉減縱適盡即約負積得次商六為隅法自乘得三十六減負積盡為長三十六又如實九千三百七十五和二百初商一百而負積六百二十五再開以廉減縱適盡即約負積得次商二十為隅法自乘得四百減負積三開以廉減縱縱負四十乃以負縱除負積二百得五為三商而以隅五自乘得二十五減負積盡為長一百二十五負積

六百二十五常法開平方亦得二十五平方再開廉法之四十猶翻法三開負縱之四十也葢縱廉相減

負縱即是餘廉而在負隅法中方廉隅皆負也縱乃正也以相減則負縱固是餘負廉也

一以廉減縱有餘縱不可以除負積者約計當得次商若干以乘負隅為隅法再減餘縱縱負則以負縱除負積合次商負縱與隅法皆所用以除負積者也無負縱則獨用隅法有餘縱則以隅法相減

如實一千六百六十六和八十三初商四十而負積五十四再開以廉減縱餘三即約九為次商以再減餘縱縱負六乃以負縱除負積合次商為長四十九也

一以廉減縱有餘縱不可以除負積再以隅減縱適盡者此為有商無除隅與縱相減並盡既無負縱即無餘隅矣無可用以除負積者也而其負積則續商以除之如實五萬五千五百七十五和四百八十初商二百而負積四百二十五再開以廉減縱餘八十即以八十為次商若以九十為次商則減縱而縱負一十矣然以一十除負積欲合次商之九十當有負積九百乃足除耳今只四百二十五是負積又負於法不得行也以再減餘縱適盡無可除三開以廉減縱縱負八十乃以負縱除負積四百得五為三商而以

隅五自乘得二十五減負積盡為長二百八十五

一以廉減縱有餘縱再以隅減縱仍有餘縱者以餘縱乘商益負積餘縱以減積負縱以減負積然則餘縱當以益負積矣而續商以除之如實一萬六千一百二十八和二百六十四

初商一百而負積二百七十二再開以廉減縱餘六十四即以六十為次商不以七十為次商者猶前例不可以九十為次商也以再減餘縱仍餘四則以餘縱乘商得二百四十以益負積得五百一十二三開以廉減縱縱負五十六乃

以負縱除負積四百四十八得八為三商而以隅八自乘得六十四減負積盡為長一百六十八

右自帶縱并方廉開平方至此凡有縱方七法六法所以御平方之變而翻法又所以通縱方之窮也此外更有隅算開平方一法其以商廉相乘與負隅同而負隅則以益積及減帶縱隅算則以除積而并帶縱益隅有正負猶縱有正負也若以一為隅算則與無隅算同商廉同即是隅算之一也以此八法為綱領而錯綜變化其用不窮矣

隅算法前未有例於後見之云

平方以斜徑求方　法以斜徑自乘為實以二為隅算

開方　假如方田斜徑七十步求方者以斜徑自乘

得四千九百為實以二為隅算初商四十以乘隅算

得八十為方法以方法乘商得三千二百減實再開

倍前商得八十以乘隅算得一百六十為廉法以廉

法除實一千四百四十得九為次商又以次商乘隅

算得一十八為隅法以隅法乘商得一百六十二減

實不盡九十八倍商加隅仍乘隅算以命分為一百九十八之九十八約為九十九之四十九得方四十九零九十九之四十九也　按斜徑自乘之實倍方積故以二為隅算開之或不用隅算以斜徑實半之開方亦得舊說率方五斜徑七然方五則斜七而强斜七則方五而弱未可為密率不若方斜積率方一斜二無忝絲差也

平方以方求斜徑　法倍方積開方

大小兩方以共積及兩方互乘數求大小方　法倍兩

方互乘數減共積開方得兩方較乃以兩方互乘數為實以較為帶縱用帶縱并方廉開之言并方廉而或用減積可知不待言也他倣此得小方或以較為負縱用負縱減方廉開之得大方

又法倍兩方互乘數并共積開方得兩方和乃以兩方互乘數為實以和為帶縱一為負隅用帶縱負隅減縱開之得小方或用翻法開之得大方按此蓋以句股法通之大方股也小方句也共積弦實也兩方互乘數句股相乘長方積也故倍互乘數則與共積相并減而

開方可得和與較也或和或較但得其一即以互乘數為實用縱方開之自見大小方矣若兼求和與較以見大小方不用縱方之法亦可耳

大小兩方以共積及兩方較求大小方　法以較實減共積餘為實以二為隅算倍較為帶縱用隅算帶縱并方廉開之得小方或倍較為負縱用隅算負縱減方廉開之得大方　假如大小兩方田共積七千五百九十二步兩方較二十八步求大方者以較自乘得七百八十四以減共積得六千八百零八為實以

二為隅算倍較得五十六為負縱初商七十以乘隅算得一百四十為方法先以負縱乘商得三千九百二十益實乃以方法乘商得九千八百減實再開倍前商得一百四十以乘隅算得二百八十為廉法約計次商當得四以乘隅算得八為隅法先以負縱乘商得二百二十四益實乃以廉法除實一千一百二十合次商又以隅法乘商得三十二減實盡得大方七十四此以隅算負縱益積法為例餘可類推

大小兩方以共積及兩方和求大小方　法以和實減共積餘為實以二為負隅倍和為帶縱用帶縱負隅減縱開之得小方或用翻法開之得大方按右二條但倍共積以減較實開方得兩方和以減和實開方得兩方較兼和較以見大小方最為便易然欲倣此意而推之三方以上則格而難通矣若以較和實減共積為實倍較和為帶縱負縱則推之三方以上總用此法不過遞增其隅算負隅之數及中方以較較為縱徽不同耳合下二條觀之乃知法之妙也

大小三方以共積及三方之兩較求各方　法以兩較實減共積餘為實以三為隅算而視其較若係大與

小中與小之兩較則倍兩較為帶縱用隅算帶縱并方廉開之得小方係大與中大與小之兩較則倍兩較為負縱用隅算負縱減方廉開之得大方或係大與中中與小之兩較而大與中之較盈於中與小之較可知中方近小方也則倍兩較之較為帶縱用隅算帶縱并方廉開之大與中之較朒於中與小之較中方近大方也則倍較較為負縱用隅算負縱減方廉開之大與中之較中與小之較等則直用隅算開之得中方

大小三方以共積及三方之兩和求各方　法以兩和實減共積餘為實以三為負隅倍兩和為帶縱用帶縱負隅減縱開之得中方及小方或用翻法開之得大方　按并兩和實其數自多雖以共積減之猶多也以此為實則除之常有餘實矣并兩和又倍之其數亦復不少以此為縱則減之常有餘縱矣故舉大與中與小之兩和往往只用負隅減縱法即得大方不須翻法也惟大方與中小二方盈朒迥殊者乃閒用翻法耳

右四條以較求方以和求方其法兩兩相對由二方以推之三方更推之多方皆可以一理貫也但較有

帶縱負縱之分和則惟有帶縱而已又中方以較較為縱與大小方固殊而以和和為縱則與大小方不異故以較求者其緒繁以和求者其術簡也且如甲乙丙丁戊五方舉甲與戊乙與戊丙與戊丁與戊之四較即先求戊方以四較實減共積餘為實以五為隅算倍四較為帶縱用隅算帶縱并方廉開之求甲方者用負縱若四較皆以甲方為主即先求甲方也甲大戊小並如右法至於求乙丙丁三方者當倍較較為縱而欲得較較固

自有說假使求乙方即并乙與丙與丁與戊之三較而以甲與乙之較減之餘則較較也葢以大於乙之較與小於乙之較相減既得較較且可知乙方為近大方為近小方而較較為帶縱為負縱矣乙下於甲一等似近大方而較較當為負縱然使并乙與丙丁戊之三較不及甲與乙一較之數即乙近小方而當為帶縱也并三較與一較之數等者但用隅算開之丙丁倣此其以和求者只如右法云

三廣田以積與三廣之兩較及長廣較求長廣　法以

中廣與長之較為帶縱必以中廣為主此算三廣之定法　既稱長廣則中廣必朒於長故直稱帶縱而下文立法皆就帶縱言之也然亦或有中廣反盈於長者自當為負縱耳以中廣與南北廣之兩較并而四除之為旁縱長既有縱廣不當又稱縱而廣之有較亦縱也故謂之旁縱而中廣朒則為旁帶縱中廣盈則為旁負縱又有不同旁帶縱者用雙帶縱并方廉兼減積開之帶縱法以并方廉為便而兩縱分屬長廣兩邊則初開未可皆并入方故兼用減積法至再開或減積或并廉者廉固統長廣兩邊不妨并兩縱也旁負縱者用帶縱并方廉兼負縱益積減廉開之帶縱既用并方廉法而兩縱分屬長

廉兩邊則初方不可一并一減故負縱必用益積法至再開或益積或減廉者廉統長廣兩邊不妨且并且減也

得中廣　假如三廣田積二千四百六十五步中廣朒於南廣八步朒於北廣三十六步朒於長六十七步求三廣及長者以長廣較六十七為帶縱以兩廣較并而四除之得一十一為旁帶縱初商一十并帶縱得七十七為方法先以方法乘旁帶縱得八百四十七減積乃以方法乘商得七百七十減積再開倍前商得二十并帶縱得八十七為廉法約計次

商當得八為隅法先以隅法乘旁帶縱得八千八減積乃以廉法除積六百九十六合次商又以隅八自乘得六十四減積盡得中廣一十八各加較得南廣二十六北廣五十四長八十五或再開以旁帶縱并入廉法得九十八以除積七百八十四得八為次商而以隅法減積盡尤簡捷

又如三廣田積二千四百六十五步中廣盈於南廣一十五步盈於北廣九步朒於長五十步求長廣者

以長廣較五十為帶縱以兩廣較并而四除之得六為旁負縱初商三十并帶縱得八十為方法先以方法乘旁負縱得四百八十益積乃以方法乘商得二千四百減積再開倍前商得六十并帶縱得一百一十為廉法約計次商當得五為隅法先以隅法乘旁負縱得三十益積乃以廉法除積五百五十合次商又以隅五自乘得二十五減積盡得中廣三十五各加減較得南廣二十北廣二十六長八十五或再開以旁負縱減廉法得一

百零四以除積五百二十得五為次商而以隅法減積盡尤便按右條之法亦可以縱為旁縱以旁縱為縱也雖縱有帶負之分而帶縱兼旁負縱者易為負縱兼旁帶縱於算亦通然長廣之較自當為縱廣與廣之較自當為旁縱理固如此耳且如下文各條例中其法更加隅算及負隅者縱與旁縱斷不可移易也

方長帶偏斜田以積及四邊之三較求長廣　法以一邊為主若主東一邊即以東長與南北廣之兩較俱盈俱朒者并而半之一盈一朒者相減而以所餘盈朒之數半之為縱以東西之較半之為旁縱其為帶

縱負縱並以󠄂東一邊之盈朒分之先求東長如前三

廣田法　假如偏斜田積四千一百四十八步東長

盈於南廣十步朒於北廣四步朒於西長八步求各

長廣者以東與南北兩較相減得盈六半之得三為

負縱以東西較半之得四為旁帶縱初商六十減負

縱得五十七為方法先以方法乘旁帶縱得二百二

十八減積乃以方法乘商得三千四百二十減積再

開倍前商得一百二十減負縱得一百一十七并旁

帶縱得一百二十一為廉法以廉法除積四百八十四得四為次商而以隅四自乘得一十六減積盡得東長六十四各加減較得南廣五十四北廣六十八西長七十二

又如偏斜田積一萬一千四百步東長盈於南廣一百三十步盈於北廣一百一十步朒於西長二十步求長廣者以東與南北兩較相并半之得一百二十為負縱以東西較半之得一十為旁帶縱初商一百

此因負縱多而初商少兼用益積法先以負縱乘旁帶縱得一千二百

益積凡帶縱皆用之減積也此旁帶縱何以益積益以方法相乘則減積耳方法之中有商有帶縱方也商也帶縱也皆正也兩正相乘宜減積一正一負相乘宜益積也次以商乘旁帶縱得一千減積又以負縱乘商得一萬二千益積乃以商自乘得一萬減積再開倍前商得二百減負縱得八十并旁帶縱得九十為廉法以廉法除積七千二百得八十為次商而以隅八十自乘得六千四百減積盡得東長一百八十南廣五十北廣七十西長二百

又如偏斜田積八千一百步東長盈於南廣一百二

十五步盈於北廣一百一十五步盈於西長一十六步求長廣者以東與南北兩較相并半之得一百二十為負縱以東西較半之得八為旁負縱初商一百先以負縱乘旁負縱得九百六十減積凡負縱皆用之益積此旁負縱何以減積蓋一正一負相乘宜益積則兩負相乘又宜減積也兩負如無負也次以商乘旁負縱得八百益積又以負縱乘商得一萬二千益積乃以商自乘得一萬減積再開倍前商得二百減負縱得八十又減旁負縱得七十二為廉法以廉法

除積五千零四十得七十為次商而以隅七十自乘得四千九百減積盡得東長一百七十南廣四十五北廣五十五西長一百五十四　按右三例第一例以負縱減方廉兼帶縱減積并廉也其第二例第三例亦是負縱兼旁縱而初開以負縱減商商皆不足當以所負商數各二十為負方第二例以負方乘旁帶縱得二百益積又以負方乘商得二千益積第三例以負方乘旁負縱得一百六十減積又以負方乘商得二千益積即初

開各畢矣前著例頗詳者欲使其中條理顯然而捷徑自出也

三廣田以積與三廣和兩廣較及長廣較求長廣法

以四乘積為實以和為帶縱一為隅算凡三廣必倍中廣并邊兩廣而四除之以為廣今四乘積則可以當四除矣乃以三廣和為帶縱而猶少一中廣即以一隅算并縱隅算固所求之中廣也以中廣與長之較為旁帶縱如中廣反盈於長則為負也用隅算雙帶縱并方廉兼減積開之得中廣以加長廣較得長以減三廣和得南北二廣和欲知南北各廣數以兩廣較推之其較非必南北之較而皆可

以次第推也　按此以長廣較為旁縱者和不得為旁縱也凡和為帶縱必加隅算及負隅而隅算負隅勢不得在旁也此隅算只一猶與無隅算同縱與旁縱可以互換非負隅之比負隅雖只一其縱亦不可移耳

方長帶偏斜田以積與三邊和及長較廣較求長廣

法以二乘積為實以和為帶縱一為負隅以三邊和為帶縱非有二長即有二廣故以二乘積而有二長者一為負隅以求廣因以減縱中之廣有二廣者一為負隅以求長因以減縱中之長以長較或廣較半之為旁縱求長則取長較求廣則取廣較其為帶縱負縱以所求一邊之盈朒分之乃用

帶縱負隅減縱兼旁縱開之得一邊長廣　假如偏斜田積四千一百四十八步東南北三邊和一百八十六步東長朒於西八步南廣朒於北一十四步求各長廣者以二乘積得八千二百九十六為實以一為負隅以和一百八十六為帶縱以東西較半之得四為旁帶縱初商六十以乘負隅仍得六十為方法以方法減縱餘一百二十六先以餘縱乘旁帶縱得五百零四減實乃以餘縱乘商得七千五百六十減

實再開倍前商得一百二十以乘負隅仍得一百二十為廉法約計次商當得四以乘負隅仍得四為隅法以廉法減縱餘六十六又以隅法減縱餘六十二乃先以隅法乘旁帶縱得一十六益實在負隅法中方廉隅皆負也旁帶縱以正而與負乘故宜益實也而以餘縱減實二百四十八合次商得東長六十四以減和吏以廣較推之得南廣五十四北廣六十八以長較見西長七十二或再開以旁帶縱乘負隅仍得四凡縱不與隅算及負隅二者相乘而旁縱自再開以後欲與廉縱相并減則必與二者相乘也前以隅法乘之而益積隅法固

已先乘負隅矣以減縱餘五十八帶縱而乘負隅故以減縱而以除實二百三十二合次商亦便

又如偏斜田積三千二百五十步東南北三邊和一百七十四步東長朒於西一十二步南廣朒於北六步此須用帶縱負隅減縱翻法倍積為實則除實宜有餘實一長二廣為縱則減縱宜有餘縱而或須用翻法者必其田狹長之甚也而兼旁縱開之以二乘積得六千五百為實以一為負隅以和一百七十四為帶縱以東西較半之得六為旁帶縱初商一百

若商八十或九十則負積愈多而八十且有餘縱無以置之九十雖有負縱其數甚少不能除盡負積故

定商一百以乘負隅仍得一百為方法以方法減縱餘七十四先以餘縱乘商得七千四百減實乃以餘縱乘旁帶縱得四百四十四減實實負一千三百四十四再開倍前商得二百以乘負隅仍得二百為廉法以廉法減縱縱負二十六約計次商當得二十以乘負隅仍得二十為隅法先以隅法乘旁帶縱得一百二十減負實乃以負縱除負實五百二十合次商又以

隅法乘商得四百減負實三開倍前商得二百四十以乘負隅仍得二百四十為廉法以廉法減縱負六十六約計三商當得四以乘負隅仍得四為隅法先以隅法乘旁帶縱得二十四減負實乃以負縱除負實二百六十四合三商又以隅法乘商得一十六減負實盡得東長一百二十四南廣二十二北廣二十八西長一百三十六或再開以旁帶縱乘負隅仍得六以并負縱得三十二以除負實六百四十得二十為次商而以隅法

減負實四百三開以旁帶縱乘負隅仍得六以并負縱得七十二以除負實二百八十八得四為三商而以隅法減負實盡尤便　按算術固不能盡言即如偏斜田設舉積及東南和東北和東西較則并兩和為帶縱以二為負隅而依前半較為旁縱倍積為實開之得東長或舉積及東南和東北和東西和則以四乘積為實以東西和除之得南北和而并東南和東北和以南北和減之半其餘得東長如三廣田舉

積與三廣之兩較及長廣和則以和為帶縱一為負隅并兩較而四除之為旁縱以開積得中廣神而明之法隨問變豈可限也茲因偏斜田而引伸其說凡諸條例莫不皆然請以俟通人之自悟焉

長方以重長重廣共步及積求長廣　法以共步為帶縱而求長則以長數重幾長則為幾數也下廣數同為負隅以廣數乘積為實求廣則以廣數為負隅以長數乘積為實用帶縱負隅減縱及翻法開之不論求長求廣但負隅數少乘積數多者

積與縱常有餘往往用帶縱負隅減縱法負隅數多乘積數少者積與縱常不足往往用翻法惟田形狹長之甚者則不然臨算當自知之不可預定耳

假如長方積八百六十四步二長五廣共一百九十二步為帶縱以五乘積得四千三百二十為實

五乘積則得長乘廣之數五而可以五廣為帶縱也

以二為負隅

實中無長自乘之數而帶縱有二長故以二為負隅不盈實即減縱也

用帶縱負隅減縱開之得長三十六或以二乘積得一千七百二十八為實以五為負隅用翻法開之得廣二十四

更有重長重廣重和重較共步及積求長廣者

如積八百六十四步一和二較三長四廣共二百八十八步法先約一和得一長一廣并三長四廣得四長五廣又以二較益廣為長共得六長三廣乃如前求之若重較數多既益廣盡為長而尚有餘較者此則不可求長但可求廣原積無長乘較之數故不可求長原積有廣自乘及廣乘較之數各一故可求廣　且如積八百六十四步一和六較三長四廣共三百三十六步約一和三長四廣得四長五廣又以六較之五益廣為長共得九長而餘一較則

以九長減較為廣乃得九廣十較而以十乘積得八千六百四十為實以一為隅算十乘積則得廣自乘及廣乘較之數各十而帶縱少一廣故以一為隅算并縱也以共步為帶縱用隅算帶縱并方廉開之得廣二十四

長方以長廣母子分數之共步及積求長廣　法以長母乘廣子為廣率為廣數以廣母乘長子為長率為長數以兩母相乘為總率以乘共步為帶縱乃如前重長重廣例求之　假如長方積八百四十步五分

長之二四分廣之一共二十步求長廣者以五乘一得五為廣率為五廣以四乘二得八為長率為八長以五與四乘得二十為總率以乘共步得四百為帶縱而此帶縱之數凡有八長五廣也乃以八乘積得六千七百二十為實以五為負隅用帶縱負隅減縱開之得廣二十四或以五乘積得四千二百為實以八為負隅用翻法開之得長三十五

長方匿原積以長乘重長重廣積步及較或以廣乘重

長重廣積步及較求長廣　法以乘積為實并長廣數為隅算而長乘求長則以廣數乘較為負縱用隅算負縱減方廉開之廣乘求廣則以長數乘較為帶縱用隅算帶縱并方廉開之若廣乘求長則以廣數乘較為負縱又以較為旁負縱用隅算雙負縱減方廉兼益積開之長乘求廣則以長數乘較為帶縱又以較為旁帶縱用隅算雙帶縱并方廉兼減積開之

假如長方冪其原積而以廣乘六長三廣得六千

九百一十二步其長廣較一十二步求長者以乘積六千九百一十二為實以九為隅筭以三乘較得三十六為負縱又以較一十二為旁負縱初商三十以乘隅算得二百七十減負縱得二百三十四為方法先以方法乘旁負縱得二千八百零八益實乃以方法乘商得七千零二十減實再開倍前商得六十以乘隅算得五百四十減負縱得五百零四為廉法約計次商當得六以乘隅算得五十四為隅法先以隅

法乘旁負縱得六百四十八益實乃以亷法除實三千零二十四合次商又以隅法乘商得三百二十四減實盡得長三十六或再開以旁負縱乘隅算得一百零八以減亷法得三百九十六以除實二千三百七十六得六為次商而以隅法減實盡尤捷　右法更有以長乘重長重廣重和重較或以廣乘之而以其積步及較求長廣者並先約和較為長廣不待言矣若以較益廣盡為長而尚有餘較如前九長一較

之比者别自有法且如九長一較法以九為隅筭而長乘求長則以一乘較為帶縱廣乘求廣則以十乘較為帶縱九廣十較也廣乘求長則以一乘較為帶縱又以較為旁負縱長乘求廣則以十乘較為帶縱又以較為旁帶縱依例開之

長方畐原積以長乘重長重廣積步及和或以廣乘重長重廣積步及和求長廣　此與前一條相似而不同以長乘者但可求長以廣乘者但可求廣隅筭及負隅無

旁加者勢不能也故長乘不便於求廣廣乘不便於求長矣

法亦以乘積為實而長乘求長則以廣數乘和為帶縱廣乘求廣則以長數乘和為帶縱又以長廣數相減餘數為隅算不足數為負隅求長取長求廣取廣為之乃用隅算帶縱并方廉或用帶縱負隅減縱及翻法開之如六長三廣長乘求長則以三乘和為帶縱以三為隅算六長三廣相減長餘三以為隅算之數益并三長於帶縱得六長三廣也廣乘求廣則以六乘和為帶縱以三為負隅六長三廣相減廣不足三以為負隅之數益減三廣於帶

縱亦得六長三廣也開之是也　右法長廣所乘若更兼重和重較者先約和較為長廣而約得餘較如前九長一較之比亦別有法且如九長一較長乘求長則以一乘和為負縱以十一為隅算減一長一廣於隅算得九長一較也廣乘求廣則以十乘和為帶縱以十一為負隅減十一廣於帶縱亦得九長一較也依例開之

九章錄要卷六

欽定四庫全書

子部

九章錄要卷七至十

詳校官欽天監天文生臣賈德輔

靈臺郎臣倪廷梅覆勘

總校官知縣臣楊懋珩

校對官主事臣郭長發

謄錄監生臣俞昌言

欽定四庫全書

九章錄要卷七

松江屠文漪撰

商功法

古九章五曰商功以御功程積實

塹堵求積尺　凡築城墻堤塹之類上下廣不等者法

并上下廣折半以高乘之復以長乘之得積

塹堵求積又法　堤塹之類亦有兩頭之上廣之下廣

之高各不等者法倍東高加入西高以東頭上下廣并而乘之折半又倍西高加入東高以西頭上下廣并而乘之折半并二數以長乘之以六除之或不用兩度折半者則以十二除之右一條新訂

方臺求積　法同粟米章方窖

長方臺求積　法同長方窖

員臺求積　法同員窖

長員臺求積　法同長員窖

方錐求積　法同粟米方尖堆

方錐改方臺求各數法　假如方錐下方二十四尺高三十二尺今改方臺上方六尺問高幾何

一率　二十四原下方尺數無減

二率　三十二原高尺數

三率　一十八今上下方較尺數

四率　二十四今高尺數

又如前例問截去幾何

一率 二十四下方

二率 三十二原高

三率 六今臺上方即今截下方

四率 八今所截之高

右二例若求今高以減原高亦得所截之高求截高以減原高亦得今高而必備其法者庶各得所求不須借徑也

又如前例今高二十四尺問上方幾何

一率 三十二原高

二率　二十四下方

三率　八今高減原高為所截之高

四率　六今截下方即今臺上方

右例亦可以今高列三率求得四率為今上下方較以減下方而得上方也

員臺改員錐求各數　假如員臺下周七十二尺上周一十八尺高二十四尺今改員錐問高幾何

一率　五十四原上下周較

二率　二十四原高
三率　七十二今下周無減
四率　三十二今高
又如前例問增髙幾何
一率　五十四原上下周較
二率　二十四原高
三率　一十八原臺上周即今增下周
四率　八今所增之髙

又如前例今高三十二尺問上周

一率　二十四　原高

二率　五十四　原上下周較

三率　三十二　今高

四率　七十二　今上下周較以減下周適盡知為員錐也

右例亦可以今所增之高列三率求得四率為所增上下周較以減原上周適盡而知為員錐也

又右六法方減員增特互舉以見例而法則相通且

方或以周算員或以徑算亦皆同耳

塹堵增減求數法　假如築墻上廣二尺下廣六尺高二十尺今已築至上廣三尺六寸問高幾何

一率　四十原上下廣較化寸數

二率　二十原高尺數

三率　二十四今上下廣較化寸數

四率　一十二今高尺數

又如前例今欲築至高二十四尺問上廣幾何

一率　二十原高尺數

二率　四十原上下廣較化寸數

三率　二十四今高尺數

四率　四十八今上下廣較寸數以減下廣得一十二寸為今上廣

塹堵以直高求斜高以斜高求直高　法以上下廣較半之為勾直高為股斜高為弦以勾股法互求之　右一條新增

功程遲速例　假如乙匠製造四十五日而畢加甲匠

則十八日而畢問獨用甲匠須幾日法以十八日減四十五日得二十七日為乙匠未畢之工知甲匠十八日當乙二十七日也列率求之

一率　二十七

二率　一十八

三率　四十五

四率　三十

又如甲匠製造六十日而畢乙匠則百日而畢問兩

匠并營須幾日法以六十日除百日得甲匠一日之工當乙匠一日又三分日之二并乙匠一日得二日又三分日之二以除百日得三十七日又二分日之一為并營日數或以百日除六十日得乙匠一日之工當甲匠五分日之三并甲匠一日得一日又五分日之三以除六十日亦得三十七日又二分日之一

右一條

新增

方尖堆物求積自此以下皆隙積之法隙積謂積之有隙者如累棊及積酒罌之類與前積尺

（法不同）假如方尖堆下廣十二問積幾何法置下廣十二別以下廣加一枚為十三而乘之得一百五十六又以下廣加半枚為十二有半而乘之得一千九百五十以三除之得積六百五十

方平堆物求積　法以下廣依尖堆法求積別以上廣減一枚為下廣依尖堆法求積兩尖堆積相減得平堆積（此以平堆先作尖算乃減上虛尖成平也）

長方平尖堆求積（既云尖又云平者上廣只一故謂之尖上長不止於一故又謂之平也）

假如長方平尖堆下廣十長十二問積幾何法以長廣較半之得一又加半枚得一有半并長得十三有半以廣乘之得一百三十五又以廣加一枚為十一而乘之得一千四百八十五以三除之得積四百九十五　又法先以廣長較加一枚得上長而算之

上廣只一不必言

假如平尖堆下廣八長十三問積幾何此可知上廣一而長六也乃倍下長加上長得三十二以下廣乘之得二百五十六又以下廣乘之得二千

零四十八并二百五十六得二千三百零四以六除之得積三百八十四

長方平堆求積　法倍上長加下長以上廣乘之又倍下長加上長以下廣乘之并二數加上下長較上下廣較同以高乘之上下長較加一數得高上下廣較亦同以六除之得積

按此法長方平尖堆及方尖堆方平堆皆可用之蓋一法而無四法可云居要者也

三角尖堆求積　假如三角尖堆下廣八問積幾何法

置下廣八別以下廣加一枚為九而乘之得七十二又以下廣加二枚為十而乘之得七百二十以六除之得積一百二十

三角平堆求積　法以上廣自乘又以下廣自乘又以上廣乘下廣又倍下廣加上廣并四數以高乘之上下廣較加一數得高以六除之得積　按此法亦可用之三角

尖堆

九章錄要卷七

九章錄要卷八

松江屠文漪撰

均輸法

古九章六曰均輸以御遠近勞費

均輸例　假如有糧二萬石令甲乙丙丁戊五縣依戶口多少道里遠近價值上下而均輸之每車載五十石行一里僦值一錢甲縣三萬零五百二十戶米石

價二兩乙縣一萬二千三百一十二户米石價一兩

四錢逺輸二百里丙縣七千一百八十二户米石價

一兩六錢逺輸一百五十里丁縣一萬三千三百四

十三户米石價一兩七錢逺輸二百五十里戊縣一

萬五千三百一十户米石價一兩三錢逺輸三百五

十里問五縣各幾何五縣每户各幾何法以僦價并

入米價以除各縣户數而求各縣之衰惟甲縣自輸

本縣無僦價以米價化為二十錢除户數得一千五

百二十六為甲衰其乙丙丁戊四縣俱有僦價各以所輸里數乘僦一錢而以每載五十石除之得各運價乙縣行二百里乘除得四錢并米價共一十八錢以除戶數得六百八十四為乙衰丙縣行一百五十里乘除得三錢并米價共一十九錢以除戶數得三百七十八為丙衰丁縣行二百五十里乘除得五錢并米價共二十二錢以除戶數得六百零六又二之一為丁衰戊縣行三百五十里乘除得七錢并米價

共二十錢以除戶數得七百六十五又二之一為戊衰并五衰共三千九百六十為總衰

一率 三千九百六十

二率 二萬

三率 二千五百二十六 六百八十四 三百七十八 六百零六又二之一 七百六十五又二之一

甲 乙 丙 丁 戊

四率 七千七百零七石零七升又九十九分升 三千四百五十四石五斗四升又十一分 一千九百零九石零九升又十一分升之一 三千零十三石一斗三升又九十九分 三千八百六十六石一斗六升又九十九

之七　升之六　升之一十　三　分升之一　十六

右已得各縣米數次以各縣戶數除之即得每戶數

遠近勞費襍例　假如僦車運貨原議行路二千里載重二千四百斤給值一十五兩今重三千斤行二千六百里問值幾何

一率　四百八十萬 原路及重相乘數約為四十八

二率　一十五 原值兩數

三率　七百八十萬 今路及重相乘數約為七十八

四率 二十四又八分之三今值兩數

右亦可用重測法

一率 二千原行里數

二率 一十五原值兩數

三率 二千六百今行里數

四率 一十九又二之一今行路仍載原重就值兩數

又

一率 二千四百今行路載原重斤數

二率　一十九又二之一 原重須僦價兩數

三率　三千 今重斤數

四率　二十四又八之三

右重測法或先以載重列率次以行路列率求之

一率　二千四百 原重

二率　一十五 原值

三率　三千 今重

四率　一十八又四之三 今重仍行原路僦值兩數

又

一率　二千
今重行
原路

二率　一十八又四之三
原路
僦價

三率　二千六百
今行
路

四率　二十四又八之三

又如前例載二千四百斤行二千里值一十五兩今載三千二百斤給值一十二兩問當行路幾何

一率　二千四百
原重

二率　一十五原值

三率　三千二百今重

四率　二十今重仍行原路儎值

又

一率　二十今重行原路值

二率　二千原路

三率　一十二今值

四率　一千二百今路

右亦可用併測法求得四率今重兼行路之數再以今重除之得行路數（下同）

又如前例載二千四百斤行二千里值一十五兩今路一千七百里給值七兩六錢五分問當載重幾何

一率　二千（原路）

二率　一十五（原值兩數或化為一千五百分）

三率　一千七百（今路）

四率　一十二又四之三（今路仍載原重價值或化一千二百七十五分）

又

一率　一十二又四之三（今路載原重值或化一千二百七十五分）

二率　二千四百（原重）

三率　七又二十之一十三（今值或化七百六十五分）

四率　一千四百四十（今重）

又如驛使先發一十三日別遣騎追之馳二日半訪之驛舍知先後經過較十一日半問更須幾日可及

一率　一又二之一（先發日減較日為追上日數）

二率　二又二之一　馳追日數
三率　一十一又二之一　較日數
四率　一十九又六之一　追及日數
右一條新訂
又如行程二千七百里十八人同行止有馬七匹更換騎之十里一換問騎行步行各幾何法以馬數乘行程得數以人數除之得每人騎行一千零五十里減行程餘為步行數
又如空車日行七十里若重載即日行五十里今運

米到倉五日三返問路遠幾何法并空車重車日行數以三返乘之為日數列一率以空車重車日行數相乘為里數列二率知以三百六十日行三千五百里而三返也乃以五日列三率求之

一率　三百六十

二率　三千五百

三率　五

四率　四十八又一十八之一十一　所求里數

九章錄要卷八